UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

COMISSÃO COORDENADORA DO VESTIBULAR

PROCESSO SELETIVO UFES 2014

MATEMÁTICA

1ª QUESTÃO

As estudantes Angélica, Beatriz e Clarissa foram a uma lanchonete, e cada uma consumiu um tipo de lanche. Ao ser solicitada a conta detalhada, o garçom, que tem facilidades com aritmética, forneceu as seguintes informações, em tom de desafio: "A conta totalizou R$ 53,20. Além disso, observei que, somando-se R$ 56,00 à parte da Clarissa, obtém-se o dobro da parte da Angélica mais o triplo da parte da Beatriz e, por outro lado, somando-se o triplo da parte da Angélica com o dobro da parte da Beatriz, obtém-se a parte da Clarissa mais R$ 63,00". Rapidamente, cada uma delas descobriu sua parte na conta. Se cada estudante pagou sua parte com uma nota de R$ 50,00, calcule o troco que coube a cada uma.

2ª QUESTÃO

Em um grupo de 57 pessoas, 3 pessoas gostam de arroz-doce, brigadeiro e cocada; 7 pessoas gostam de brigadeiro e cocada; 8 pessoas gostam de arroz-doce e cocada; 10 pessoas gostam de arroz-doce e brigadeiro. O total de pessoas do grupo que gostam de cocada é 15, de brigadeiro é 25 e de arroz-doce é 30. Calcule o número de pessoas do grupo que

A) gostam de pelo menos um dos três doces;

B) não gostam de nenhum dos três doces;

C) gostam de arroz-doce, mas não gostam nem de brigadeiro nem de cocada.

3ª QUESTÃO

Considere a região R delimitada pelos lados AD, CD e BC do retângulo $ABCD$ e pela semicircunferência S, cujo diâmetro AB mede x cm, conforme a Figura 1. A soma do perímetro do retângulo $ABCD$ com o comprimento de S é igual a 12 cm.

A) Determine uma expressão da área de R em função de x.

B) Calcule x para que a área de R seja máxima.

C) Deseja-se pintar a região delimitada por S e por AB de vermelho e azul, conforme a Figura 2. Sendo O o ponto médio de AB e E e F pontos de S, determine o valor do ângulo $E\hat{O}F$ para que a área da região a ser pintada de azul seja igual a 25% da área da região a ser pintada de vermelho.

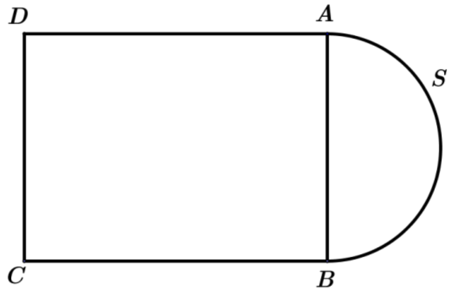

Figura 1

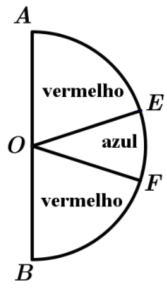

Figura 2

4ª QUESTÃO

Em um retângulo, convencionemos chamar de *comprimento* o maior lado e de *largura* o menor lado. Seja R_0 uma folha de papel retangular de área $4\sqrt{2}$ m^2 e de comprimento menor do que o dobro de sua largura. Divide-se R_0 pela metade do comprimento, obtendo-se duas folhas de papel retangulares. Seja R_1 uma dessas duas folhas. Em seguida, divide-se R_1 pela metade do comprimento, obtendo-se duas folhas de papel retangulares. Seja R_2 uma dessas duas folhas. Repete-se esse procedimento indefinidamente, obtendo-se as folhas de papel $R_1, R_2, R_3, \ldots, R_n, \ldots$ Supondo que a razão do comprimento pela largura seja a mesma para R_0 e para R_1, determine

A) a largura de R_0.

B) a largura de R_1 e a de R_2.

C) uma expressão para a largura de R_n em função de *n*.

D) o valor de *n* de modo que a largura de R_n seja igual a $\frac{125}{128}$ mm.

5ª QUESTÃO

Considere $a > 0$ e $m < 0$. Seja r a reta que passa pelo ponto $P\left(a,\ 1/a\right)$ com coeficiente angular m.

A) Determine uma expressão para a área do triângulo formado por r e pelos eixos coordenados, em função de m e a.

B) Determine uma expressão de m em função de a tal que r intersecte o gráfico de $f(x) = \frac{1}{x}$ apenas no ponto P.

C) Para m obtido no item B, verifique que a área do triângulo formado por r e pelos eixos coordenados não depende de a.