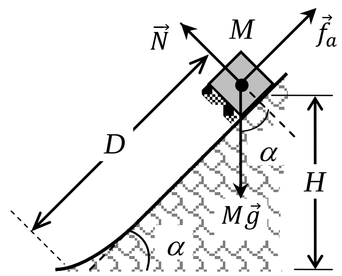
PROCESSO SELETIVO UFES 2013

As bancas elaboradoras esperam obter da maioria dos candidatos respostas como as que seguem. No entanto, para a correção das provas, outras respostas também poderão ser consideradas, desde que corretas.

FÍSICA

1ª QUESTÃO

A) A força de atrito no declive inicial tem magnitude $f_a = \mu\, N = \mu\, Mg\ \cos\alpha$, enquanto a distância percorrida pelo bloco no trecho com atrito (ver fig.) é $D = H/\operatorname{sen}\alpha$. Uma alternativa de solução é análise da energia mecânica, que não se conserva aqui ($\Delta E = W_{at}$). Tomando a referência de energia potencial gravitacional no trecho plano, tem-se:



$E_f - E_i = W_{at} \Longrightarrow \left(E_f^c + E_f^p\right) - \left(E_i^c + E_i^p\right) = f_a D \cos 180° \Longrightarrow$

$\left(\frac{1}{2}MV^2 + 0\right) - (0 + MgH) = -\mu\, Mg\ \cos\alpha \times H/\operatorname{sen}\alpha$, ou seja,

$$V = [2gH(1 - \mu/\operatorname{tg}\alpha]^{1/2}.$$

Numericamente, $V = [2\times10\times16\times(1 - 0{,}80/\operatorname{tg}45°]^{1/2} \Longrightarrow$ $\boxed{V = 8{,}0\ \text{m/s}}$.

B) Por conservação da quantidade de movimento, sabendo-se que os blocos se movem juntos com velocidade de módulo v após o choque, tem-se:

$\vec{P}_{depois} = \vec{P}_{antes} \Longrightarrow (M + m)\, v = M\, V \Longrightarrow v = \left[\frac{M}{M+m}\right] V \Longrightarrow$ $v = [\frac{0{,}30}{0{,}30+0{,}10}]\times 8{,}0 \Longrightarrow$ $\boxed{v = 6{,}0\ \text{m/s}}$.

C) Na subida até a altura h não há atrito, e $\Delta E = 0$, donde $[0 + (M + m)gh] - \left[\frac{1}{2}(M + m)v^2 + 0\right] = 0 \Longrightarrow h = v^2/2g$

e então $h = 6{,}0^2/2\times10 \Longrightarrow$ $\boxed{h = 1{,}8\ \text{m}}$.

D) Na subida do trecho sem atrito, a aceleração tem componente apenas ao longo do plano inclinado, dada por

$(M + m)a = \sum F_{plano} = -(M + m)g\operatorname{sen}\theta \Longrightarrow a = -g\operatorname{sen}\theta$. Da equação do MRUV, $v_f = v_i + a\,\Delta t$, obtem-se:

$0 = v - g\operatorname{sen}\theta\ \Delta t \Longrightarrow \Delta t = v/g\operatorname{sen}\theta \Longrightarrow$ $\Delta t = \frac{6{,}0}{10\operatorname{sen}30°} \Longrightarrow$ $\boxed{\Delta t = 1{,}2\ \text{s}}$.

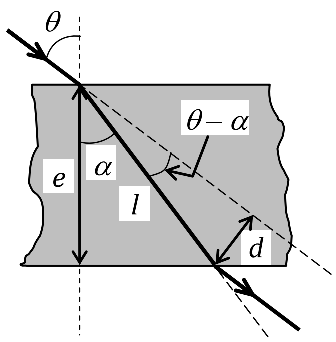
2ª QUESTÃO

A) Em 1 hora de operação, a energia gerada pelo laser é $E = P\,\Delta t = 5{,}0\times10^{-3}\text{J}\cdot\text{s}^{-1}\times1{,}0\text{h}\times60\text{min}\cdot\text{h}^{-1}\times60\text{s}\cdot\text{min}^{-1}$, ou seja, $E = 5{,}0\times10^{-3}\text{J}\cdot\text{s}^{-1}\times3{,}6\times10^{3}\text{s} = 18\text{J}$. Se toda a energia é convertida em fótons de energia $\varepsilon = hf = hc/\lambda$, então o número total de fótons N se relaciona à energia gerada por $E = N\,\varepsilon$. Assim,

$\varepsilon = 6{,}6\times10^{-34}\text{J}\cdot\text{s}\times3{,}0\times10^{8}\text{m}\cdot\text{s}^{-1}/660\times10^{-9}\text{m} = 3{,}0\times10^{-19}\text{J} \Longrightarrow N = 18\text{J}/3{,}0\times10^{-19}\text{J} \Longrightarrow$ $\boxed{N = 6{,}0\times10^{19}\ \text{fótons}}$.

B) Do item anterior, $\varepsilon = 3{,}0\times10^{-19}\text{J}\times1{,}0\text{eV}/1{,}6\times10^{-19}\text{J} = (15/8{,}0)\text{eV} = 1{,}875\text{eV} \Longrightarrow$ $\boxed{\varepsilon \cong 1{,}9\text{eV}}$.

C) A geometria adequada para achar o deslocamento lateral d do feixe está indicada na figura, donde se tiram as relações geométricas



$$e = l\,\cos\alpha \text{ e } d = l\,\mathrm{sen}(\theta-\alpha) \text{ , donde } d = e\,\mathrm{sen}(\theta-\alpha)/\cos\alpha \ .$$

De $\mathrm{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$, com $x = \theta$ e $\cos\theta = 0{,}60$ encontramos $\mathrm{sen}\,\theta = 0{,}80$, e com $x = \alpha$ e $\cos\alpha = 0{,}80$ encontramos $\mathrm{sen}\,\alpha = 0{,}60$; da relação trigonométrica, $\mathrm{sen}(\theta-\alpha) = \mathrm{sen}\,\theta\cos\alpha - \mathrm{sen}\,\alpha\cos\theta$, achamos

$$\mathrm{sen}(\theta-\alpha) = 0{,}80\times 0{,}80 - 0{,}60\times 0{,}60 = 0{,}28 \ .$$

Então,

$$d = 40\mathrm{mm}\times 0{,}28/0{,}80 = 40\mathrm{mm}\times 28/80 \Longrightarrow \boxed{d = 14\mathrm{mm}}.$$

D) A frequência do fóton é a mesma no ar ou no interior do vidro, dada por $f = c/\lambda_{ar}$, ou seja

$$f = 3{,}0\times 10^8\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}/660\times 10^{-9}\mathrm{m} = (30/66)\times 10^{15}\mathrm{s}^{-1} \Longrightarrow f = (5/11)\times 10^{15}\mathrm{Hz} \Longrightarrow \boxed{f \cong 4{,}5\times 10^{14}\mathrm{Hz}}.$$

Da lei de Snell, $n_{vd}\,\mathrm{sen}\,\alpha = n_{ar}\,\mathrm{sen}\,\theta$, achamos $n_{vd}\times 0{,}60 = 1{,}0\times 0{,}80$, donde $n_{vd} = 4/3$. Daí, o comprimento de onda do fóton no interior do vidro fica

$$\lambda_{vd} = \lambda_{ar}/n_{vd} = 660/(\tfrac{4}{3}) \Longrightarrow \boxed{\lambda_{vd} = 495\mathrm{nm}}.$$

3ª QUESTÃO

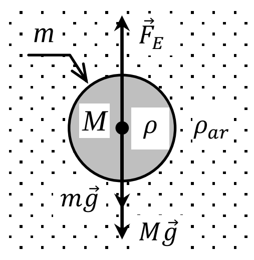
A) Assumindo que a massa molar do gás seja dada por M_{mol} , da equação dos gases ideais $p_0 V_0 = n\,R\,T_0$ tem-se

$$p_0\,\tfrac{4}{3}\pi r_0^3 = \frac{M}{M_{mol}}\,R\,T_0 \Longrightarrow \boxed{r_0 = \left[\frac{3}{4\,\pi}\frac{M}{M_{mol}}\frac{R\,T_0}{p_0}\right]^{1/3}}.$$

<u>Alternativa</u>: Assumindo que o balão esteja em equilíbrio, este será estabelecido pela força vertical de empuxo, produzida pelo meio circundante de módulo $F_E = \rho_{ar}\,V_0\,g$, onde $V_0 = 4\pi r_0^3/3$ é o volume deslocado de ar atmosférico (volume do balão) e r_0 é o raio do balão. Daí:

$$\sum F_y = 0 \Longrightarrow \rho_{ar}\,V_0\,g - (M+m)g = 0 \Longrightarrow V_0 = \frac{M+m}{\rho_{ar}} \equiv \tfrac{4}{3}\pi r_0^3 \Longrightarrow \boxed{r_0 = \left[\frac{3\,(M+m)}{4\,\pi\,\rho_{ar}}\right]^{1/3}}.$$

B) O equilíbrio é estabelecido pela força vertical de empuxo produzida pelo meio circundante, de módulo $F_E = \rho_{ar}\,V_0\,g$. Daí



$$\sum F_y = 0 \Longrightarrow \rho_{ar}\,V_0\,g - (M+m)g = 0 \Longrightarrow \rho_{ar}\,V_0 = M+m \Longrightarrow V_0 = (M+m)/\rho_{ar} \ .$$

Assim, a densidade do gás fica $\rho = \frac{M}{V_0} = \frac{M}{(M+m)/\rho_{ar}} \Longrightarrow$ $\boxed{\rho = \left(\frac{M}{M+m}\right)\rho_{ar}}$.

C) Designando o raio do balão por r à temperatura T e como a pressão se manteve constante:

$$\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0} \Longrightarrow \frac{V}{\beta\,T_0} = \frac{V_0}{T_0} \Longrightarrow V = \beta\,V_0 \Longrightarrow r^3 = \beta r_0^3 \Longrightarrow \boxed{r = \beta^{1/3} r_0}.$$

D) Com a mudança de temperatura e consequente alteração no raio do balão, a força de empuxo sobrepuja em módulo o peso do conjunto, gerando uma aceleração vertical que impulsiona o balão para cima:

$$\sum F_y = F_E - (M+m)g = (M+m)a \Longrightarrow \rho_{ar}\,V\,g - (M+m)g = [\rho_{ar}\,\beta\,V_0 - (M+m)]g = (M+m)a \Longrightarrow$$

$$[\beta\,(M+m) - (M+m)]g = (M+m)a \Longrightarrow \ a = (\beta-1)g \ .$$

Da equação de Torricelli, para o movimento vertical (y), $v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a\,\Delta y$, com $v_{0y} = 0$ e $\Delta y = y - y_0 = H - h$, tem-se

$$\boxed{v_y = [2(\beta-1)g(H-h)]^{1/2}}.$$

4ª QUESTÃO

A) A tensão U de saída da bateria está relacionada à f.e.m. $\mathcal{E}$ por $U = \mathcal{E} - r\,I$, onde r é a resistência interna e I é a corrente elétrica. Para dois pontos desta equação linear, tais como $(I = 4{,}0\text{A}; U = 10{,}0\text{V})$ e $(I = 12{,}0\text{A}; U = 6{,}0\text{V})$, montamos as equações $10{,}0 = \mathcal{E} - 4{,}0\,r\ (1)$ e $6{,}0 = \mathcal{E} - 12{,}0\,r\ (2)$. Fazendo a operação $3\times(1) - (2)$, obtemos

$$30{,}0 - 6{,}0 = 3\mathcal{E} - 12{,}0\,r - (\mathcal{E} - 12{,}0\,r) \Longrightarrow 24{,}0 = 2\mathcal{E} \Longrightarrow \quad \boxed{\mathcal{E} = 12{,}0\text{V}}.$$

B) Jogando o valor de $\mathcal{E}$ em (1) ou em (2), obtemos $\boxed{r = 0{,}50\Omega}$.

C) Para $I = 6{,}0\text{A}$, tem-se $U = 12{,}0 - 0{,}50\times6{,}0 = 9{,}0\text{V}$. Pela lei de Ohm, $U = R\,I$, obtemos $\boxed{R = 1{,}5\Omega}$.

D) A potência dissipada pela lâmpada é dada por $P = U\,I = R\,I^2 = U^2/R$, donde $P = 9{,}0\times6{,}0 \Longrightarrow \boxed{P = 54\text{W}}$.

Já a eficiência de operação da bateria é $\eta = P/P_{total} = U/\mathcal{E} = 9{,}0/12{,}0 \Longrightarrow \boxed{\eta = 0{,}75 = 75\%}$.

5ª QUESTÃO

A) Na região (2), o íon de massa M e carga $Q = e = 1{,}6\times10^{-19}\text{C}$ sofre ação de campo elétrico conservativo, donde há conservação de energia $E_f = E_i \Longrightarrow E_f^c + E_f^p = E_i^c + E_i^p \Longrightarrow \frac{1}{2}MV_f^2 + eU_f = \frac{1}{2}MV_i^2 + eU_i$. Como no início da região $V_i = 0$ e a ddp aceleradora vale $U_i - U_f = U$, então obtemos que a velocidade no fim dela satisfaz $M\,V_f^2 = 2eU\ (1)$. Na região (3), a ação da força magnética de módulo $|\vec{F}| = Q|\vec{V_f}||\vec{\text{B}}|\,\text{sen}\,90°$ (pois $\vec{V_f} \perp \vec{B}$), que, pela regra da mão direita, tem direção $\perp$ a $\vec{V_f}$ e a $\vec{\text{B}}$, fará com que o íon execute um MCU de raio $R = D/2$ tal que $\vec{F} = M\vec{a_C} = (MV_f^2/R)\vec{u}$, onde $\vec{u}$ é um vetor de módulo 1 dirigido para o centro de curvatura da trajetória circular. Assim, o módulo de $\vec{F}$ conduz à equação de movimento $eV_fB\,\text{sen}\,90° = MV_f^2/R = 2MV_f^2/D$, donde $2MV_f^2 = eV_fBD\ (2)$. Substituindo-se (1) em (2), obtemos
$2 \cdot 2eU = eV_fBD \Longrightarrow V_f = 4U/BD\ (3)$, ou seja, numericamente

$$V_f = 4\times1{,}0\times10^4/(0{,}50\times0{,}20) = 4{,}0\times10^4/(10\times10^{-2}) \Longrightarrow \quad \boxed{V_f = 4{,}0\times10^5\text{m/s}}.$$

B) De (2), $2MV_f = eBD$, usando o resultado (3), temos $2M \cdot 4U/BD = eBD$, ou seja,

$$M = e(BD)^2/(8U)\ (4)\ ,$$

donde

$$M = 1{,}6\times10^{-19}\times(0{,}50\times0{,}20)^2/(8\times1{,}0\times10^4) = 0{,}20\times10^{-23}\times(1{,}0\times10^{-1})^2 \Longrightarrow \quad \boxed{M = 2{,}0\times10^{-26}\text{kg}}.$$

C) A distância percorrida é uma semicircunferência de comprimento $\Delta s = \pi R = \pi D/2$ e como a velocidade $\vec{V_f}$ se mantém com módulo V_f constante na trajetória circular, podemos usar $\Delta s = V_f\Delta t$, e daí

$$\Delta t = \pi D/(2V_f) \Longrightarrow \Delta t = \pi\times0{,}20/(2\times4{,}0\times10^5) \Longrightarrow \Delta t = (\pi/4)\times10^{-6}\text{s} \Longrightarrow \quad \boxed{\Delta t = (\pi/4)\mu\text{s} \cong 0{,}79\mu\text{s}}.$$

D) Se mudarmos $M \to M_{ref}$, as equações anteriores ficam valendo com respectivas trocas, por exemplo, $V_f \to V_{ref}$ e $D \to D_{ref}$. Essa última troca na equação (4) acima, resulta em

$$M_{ref} = e\left(BD_{ref}\right)^2/(8U)\ (5)\ .$$

Dividindo-se (4) por (5), resulta no cancelamento do fator comum $[e\,B^2/(8U)]$ donde se obtem a relação:

$$\boxed{M/M_{ref} = \left(D/D_{ref}\right)^2}.$$